



Программа вступительного испытания, проводимого Академией самостоятельно по математике

На вступительном экзамене по математике поступающий должен показать:

- четкое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой, умение применять их на практике;
- умение точно и сжато выражать математическую мысль в письменном изложении;
- уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

Поступающий должен уметь:

Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений.

Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.

Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии применять при решении геометрических задач.

Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.

Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.

ПРОГРАММА ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Арифметика, алгебра и начала анализа

- Натуральные числа (\mathbf{N}). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Целые числа (\mathbf{Z}). Рациональные числа (\mathbf{Q}), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
- Действительные числа (\mathbf{R}), их представление в виде десятичных дробей. Изображение чисел на прямой линии. Модуль действительного числа. Его геометрический смысл.
- Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения (в том числе для кубов).
- Степень с целым и рациональным показателем. Арифметический корень.
- Логарифмы. Их свойства. Логарифм произведения, частного, степени.
- Одночлен и многочлен. Многочлен от одной переменной. Действительные корни многочлена на примере квадратного трехчлена.
- Понятие функции. Способы задания функции. Область ее определения, множество значений функции. График функции. Возрастание (убывание) функции, периодичность, чётность, нечётность. Достаточные условия возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.
- Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax + bx + c$, степенной $y = ax^n$, ($n \in \mathbf{N}$), $y = k/x$, показательной $y = a^x$, $a > 0$, логарифмической, тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$), арифметического корня $y = \sqrt{x}$.
- Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях. Формула корней квадратного уравнения. Дискриминант. Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители, теорема Виета.

- Свойства числовых неравенств. Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.
- Системы уравнений и неравенств. Решения системы уравнений, неравенств. Решение уравнений и неравенств с параметрами.
- Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы n первых членов геометрической прогрессии.
- Решение уравнений вида: $\sin x = a$ ($|a| \leq 1$); $\cos x = a$ ($|a| \leq 1$); $\operatorname{tg} x = a$, ($a \in \mathbf{R}$); $\operatorname{ctg} x = a$, ($a \in \mathbf{R}$).
- Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух аргументов (формулы). Тригонометрические функции двойного и половинного аргумента. Формулы приведения.
Преобразование в произведение сумм тригонометрических функций типа $\sin x \pm \sin y$; $\cos x \pm \cos y$; $\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y$. Преобразование произведений типа $\sin x \cdot \cos y$; $\cos x \cdot \cos y$ в суммы. Формула вспомогательного аргумента.
- Производные функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = a^n$, $y = x^n$, ($n \in \mathbf{Z}$), $y = \ln x$.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ

Алгебра и начала анализа:

- Свойства функции $y = kx + b$ и её график.
- Свойства функции $y = k/x$ и её график.
- Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и её график.
- Свойства корней квадратного трехчлена, его разложение на линейные множители.
- Свойства числовых неравенств.
- Логарифм произведения, степени, частного.
- Определение и свойства функций $y = \sin x$, $y = \cos x$ и их графики.
- Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и её график.
- Определение и свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$ и её график.
- Решение уравнений вида $\sin x = a$ ($|a| \leq 1$); $\cos x = a$ ($|a| \leq 1$); $\operatorname{tg} x = a$, ($a \in \mathbf{R}$); $\operatorname{ctg} x = a$, ($a \in \mathbf{R}$).
- Формулы приведения.

- Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
- Тригонометрические функции двойного аргумента.
- Производная суммы двух функций.

ТРЕБОВАНИЯ К ПОСТУПАЮЩЕМУ

На экзамене по математике поступающий должен продемонстрировать умение:

- выполнять (без калькулятора) действия над числами и числовыми выражениями; преобразовывать буквенные выражения; производить операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение); переводить одни единицы измерения в другие;
- сравнивать числа и находить их приближенные значения (без калькулятора); проводить операции над тождествами и неравенствами для буквенных выражений;
- решать уравнения, неравенства, системы (в том числе с параметрами) и исследовать их решения;
- исследовать функции; строить графики функций и множества точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами;
- пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий;
- пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы;
- составлять уравнения, неравенства и находить значения величин, исходя из условий задачи;
- излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.